	OLIMPIADAS MATEMÁTICAS IES MONTEVIVES 1ª EDICIÓN	FECHA: 27/03/23	CALIFICACIÓN
Nombre y apellidos			
Centro de procedencia			

CATEGORÍA: RACIONALES

¡Bienvenido/a! ¡Gracias por participar! ¿Dispuesto/a a pasar un rato divertido con las Matemáticas? Esperamos que así sea y lo disfrutes, ya nos dirás al terminar. Vamos a darte algunos consejos:

- Presta atención a los enunciados, pues en ellos están las claves. Léelos cuantas veces necesites.
- Haz cada prueba en el orden que te apetezca.
- Si alguna prueba se te resiste, pasa a otra. A veces hace falta dejar un problema en segundo plano y retomarlo luego.
- Se valorará la claridad, el orden y los razonamientos seguidos. Procura justificar y detallar los pasos que vayas dando.

Bueno, llegó el momento: "¡Tres, dos, uno! ¡¡¡Adelante!!!"

1ª PRUEBA



En su libro, Victoria lee la siguiente situación:

"En una sala a oscuras hay tres sombreros negros y dos blancos. Entran a la sala tres damas de la corte, la última de las cuales es ciega. Cada una toma un sombrero al azar y se lo coloca en la cabeza sin mirarlo. Los dos sombreros restantes se retiran.

Se iluminan las candelas y se pregunta a cada dama si es capaz de adivinar el color de su sombrero. La primera mira a las otras dos y dice « ¡No! ». La segunda mira igualmente las otras dos y dice « ¡No! ». A la misma pregunta, la tercera dama, la que es ciega, responde, « ¡Sí! »."

¿Sabes tú cuál es el color del sombrero de la dama ciega? ¿Cómo ha podido adivinarlo ella? ¿Puedes explicarlo?

solución en la página siguiente.

1ª Prueba

Solución:

Llamaré B a "llevar el sombrero blanco" y N a "llevar el sombrero negro".

Dado que la 1ª y la 2ª responden "No", la 3ª (la ciega) sabe que ella lo lleva N.

Voy a probarlo por reducción al absurdo:

Si la 3ª lo tuviera B, entonces
la 2ª una de las B también

Si la 2ª B, entonces, N la 1ª habría dicho "Sí" (pues al ver 2B, la 1ª sabría que ella N).

Si la 2ª N, al ver 3ª B y que la 1ª dijo "No", sabe que 2ª N y diría "Sí".

Luego si $3^{\text{a}} \text{ } \mathbb{B}$, en cualquier caso, llegamos a una contradicción. Por tanto, la 3^{a} no puede ser \mathbb{B} , luego la 3^{a} , lleva el sombrero \mathbb{A} .

2ª PRUEBA

¿Sabrás colocar las letras A, B, C, D Y E en cada una de las filas y las columnas del cuadrado de forma que no se repitan en ninguna fila, en ninguna columna, ni en las dos diagonales?

Hay muchas posibilidades.

B	E	A	C	D
D	A	B	E	C
E	D	C	A	B
C	B	E	D	A
A	C	D	B	E

↙ Ésta es una de tantas.

3ª PRUEBA

Esta prueba consiste en completar este triángulo de manera que el número que haya en cada casilla sea igual a la suma de los números de las dos casillas que están debajo de ella.

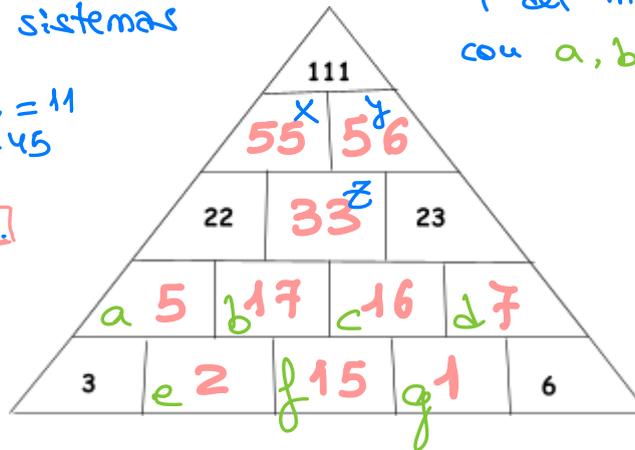
Se resuelve mediante sistemas de ecuaciones.

$$\begin{aligned} x+y &= 11 \\ 2z+x &= 11 \\ 2z+y &= 11 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} 2z+z &= 11-45 \\ 2z &= 66 \\ z &= 33 \end{aligned}$$

$$x = 22 + 33 = 55 \quad \boxed{x = 55}$$

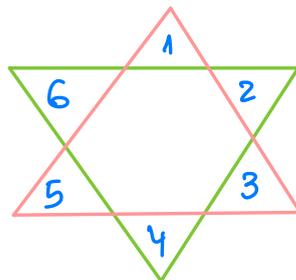
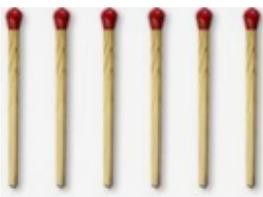
$$y = 23 + 33 = 56 \quad \boxed{y = 56}$$

Y del mismo modo, con a, b, c, d, e, f y g.



4ª PRUEBA

Para un trabajo de Tecnología, Victoria debe crear ocho triángulos equiláteros con seis cerillas. ¿Puedes ayudarle?



Los 6 señalados, el verde y el rojo hacen los 8 triángulos equiláteros buscados.

5ª PRUEBA

¿Cómo se puede obtener 24 utilizando una sola vez los números 5, 5, 5 y 1?

Las únicas operaciones permitidas son la suma, la resta, la multiplicación y la división.

Solución en la página siguiente.

6ª PRUEBA



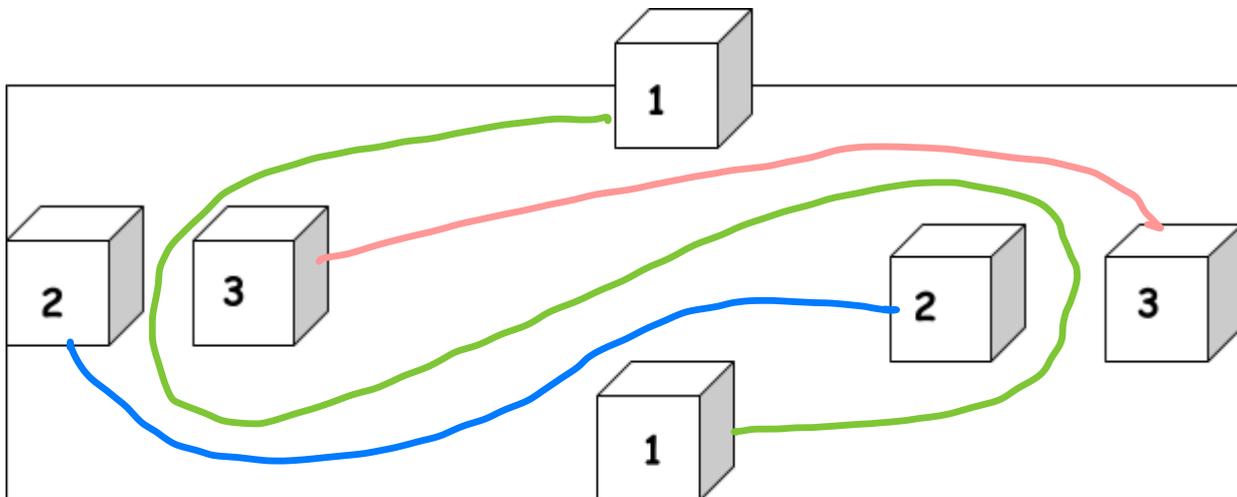
Un amigo le dice a Victoria: "Tengo cuatro veces la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes. Si yo tengo 40 años, ¿cuántos años tienes tú?"

¿Qué respuesta debe darle Victoria?

Solución en la página siguiente.

7ª PRUEBA

El objetivo de esta prueba es conectar los dados 1 y 1, 2 y 2, 3 y 3 sin cruzar los trazos y sin salir del marco.



8ª PRUEBA

Continúa esta serie lógica:

1 (2, 3) 2 (5, 6) 4 (11, 30) 26 (? , ?) ?

(Recuerda justificar tu respuesta)

Solución de la 8ª prueba:

(41, 330) 304

Veamos por qué:

- 41 = 11 + 30 (la suma de los n.ºs del paréntesis previo)
- 330 = 11 · 30 (el producto de los n.ºs del paréntesis previo).
- 304 = 330 - 26 (la diferencia entre el 2º n.º del paréntesis y el n.º que queda entre los últimos paréntesis).

5ª Prueba.

$$\text{Solución: } \left. \begin{aligned} 1:5 &= 0'2. \\ 5 - 0'2 &= 4'8 \\ 4'8 \cdot 5 &= 24. \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Por tanto: } (5 - 1:5) \cdot 5 = \underline{\underline{24}}$$

6ª Prueba:

Solución:

40 es 4 veces 10, luego tú tienes 10 años, y yo tenía tu edad

actual:

tú	$\xrightarrow{+y \text{ años}}$	yo	
10	\longrightarrow	x	$\dashrightarrow 10 + y = x$
x	\longrightarrow	40	$\dashrightarrow x + y = 40$

$+y$

$$\begin{aligned} \rightarrow \left. \begin{aligned} x - y &= 10 \\ x + y &= 40 \end{aligned} \right\} \\ \hline 2x &= 50 \\ x &= \frac{50}{2} \\ x &= 25. \end{aligned}$$

Solución:

Victoria te dice que tiene 25 años.

De otra forma:

	Ahora	Hace "y años"
Amigo	40	$40 - y = x$
Victoria	x	$x - y$

Por sustitución:

$$40 = 4(x - y)$$

$$40 - y = x$$

$$x = 40 - 15$$

$$x = 25$$

$$40 = 4(40 - y - y)$$

$$40 = 4(40 - 2y)$$

$$40 = 160 - 8y$$

$$8y = 160 - 40$$

$$8y = 120$$

$$y = \frac{120}{8}$$

$$y = 15$$

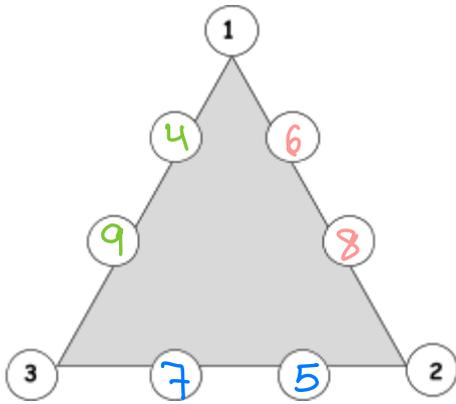
Luego hace 15 años.

Solución:

Victoria
tiene 25 años

9ª PRUEBA

En esta prueba se trata de colocar dos cifras entre el 4 y el 9 en cada lado del triángulo, de manera que la suma de cada lado sea 17.



¡Atención! Cada cifra se puede poner una única vez. Además, 1, 2 y 3 ya están colocados, y deben mantener su sitio.

Hay otras formas posibles.
Aquí, se muestra una.

10ª PRUEBA

Para terminar, Victoria necesita vuestra ayuda para recuperar su contraseña de una red social muy conocida. Cuando la creó, apuntó en su agenda el siguiente recordatorio:

"Para encontrar la contraseña hay que reemplazar los espacios en blanco de la frase siguiente por números, de manera que la frase sea coherente (incluso con los números escritos en los espacios en blanco). Los diez números escritos en ese orden, conforman la contraseña.

La frase es ésta:

« En esta frase, el número de veces que aparece el 0 es 1, el 1 es 7, el 2 es 3, el 3 es 2, el 4 es 1, el 5 es 1, el 6 es 1, el 7 es 2, el 8 es 1, y el 9 es 1 ».

¿Serías capaz de recuperar la contraseña? Por favor, cuando la tengas, escríbela aquí:

1732111211

BUENO, PUES ESTO ES TODO, HAS LLEGADO AL FINAL

