

Nombre y apellidos

Centro de procedencia

## CATEGORÍA: IRRACIONALES II

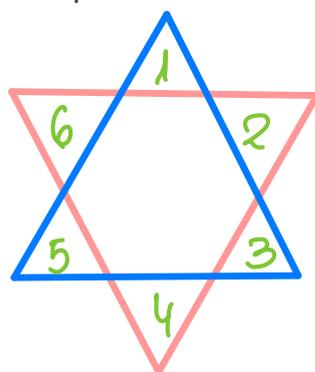
¡Bienvenido/a! ¡Gracias por participar! ¿Dispuesto/a a pasar un rato divertido con las Matemáticas? Esperamos que así sea y lo disfrutes, ya nos dirás al terminar. Vamos a darte algunos consejos:

- Presta atención a los enunciados, pues en ellos están las claves. Léelos cuantas veces necesites.
- Haz cada prueba en el orden que te apetezca.
- Si alguna prueba se te resiste, pasa a otra. A veces hace falta dejar un problema en segundo plano y retomarlo luego.
- Se valorará la claridad, el orden y los razonamientos seguidos. Procura justificar y detallar los pasos que vayas dando.

Bueno, llegó el momento: "¡Tres, dos, uno! ¡¡¡Adelante!!!"

### 1ª PRUEBA

Con tan solo seis cerillas, ¿serías capaz de construir ocho triángulos equiláteros?



6 triángulos,  
el azul y  
el rosa, 8  
en total.

### 2ª PRUEBA

Demuestra que  $n^3 - n$  es múltiplo de 6 para todo número natural  $n$ .

$$n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n+1)(n-1)$$

Así,  $n^3 - n = \underbrace{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)}_{\text{tres n.ºs consecutivos}}$

• Alguno es par  $\rightarrow$  múltiplo de 2

• Alguno es múltiplo de 3

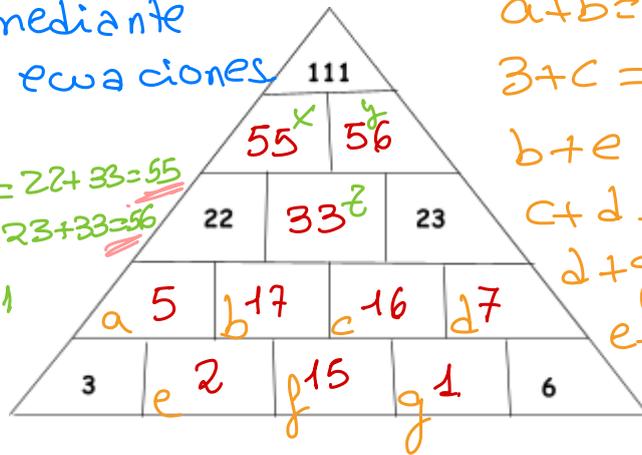
$\rightarrow n^3 - n$  es múltiplo de  $2 \cdot 3 = 6$

### 3ª PRUEBA

Esta prueba consiste en completar este triángulo de manera que el número que haya en cada casilla sea igual a la suma de los números de las dos casillas que están debajo de ella.

Se resuelve mediante sistemas de ecuaciones

$$\begin{aligned} x+y &= 111 \\ 22+z &= x \rightarrow x=22+z \\ 23+z &= y \rightarrow y=23+z \\ 22+z+23+z &= 111 \\ 2z &= 66 \\ z &= 33 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} a+b &= 22 \\ 3+c &= a \\ b+e &= 33 \\ c+d &= b \\ d+g &= e \\ e+f &= 23 \\ g+6 &= f \end{aligned}$$

↑ se resuelve.

### 4ª PRUEBA

Observa la siguiente demostración de que "1 = 2":

$$\text{Si } a = 1 \text{ y } b = 1$$

$$\text{entonces, } a = b \rightarrow \text{luego } a - b = 0.$$

$$\text{Multiplicando los dos miembros por } a: \quad a \cdot a = a \cdot b$$

$$\text{Restamos } b \cdot b \text{ de ambos miembros: } a \cdot a - b \cdot b = a \cdot b - b \cdot b$$

Añadimos  $0 = a \cdot b - a \cdot b$  en la izquierda y sacamos  $b$  factor común en la derecha:

$$a \cdot a + a \cdot b - a \cdot b - b \cdot b = b \cdot (a - b)$$

Ahora sacamos factor común  $a$  y  $b$  en la izquierda:

$$a \cdot (a + b) - b \cdot (a + b) = b \cdot (a - b)$$

Extraemos  $a + b$  factor común a la izquierda:

$$(a + b) \cdot (a - b) = b \cdot (a - b)$$

\* Simplificamos la ecuación:  $a + b = b \rightarrow$  Este es el paso erróneo

$$\text{Como } a = 1 \text{ y } b = 1, \text{ al sustituir resulta que } 2 = 1$$

Es evidente que esto es falso. ¿Puedes encontrar el error en esta "demostración"?

Pues  $a - b = 0$ , y simplificar ahí, habría significado dividir ambos miembros por 0, cosa que no se puede hacer.

## 5ª PRUEBA

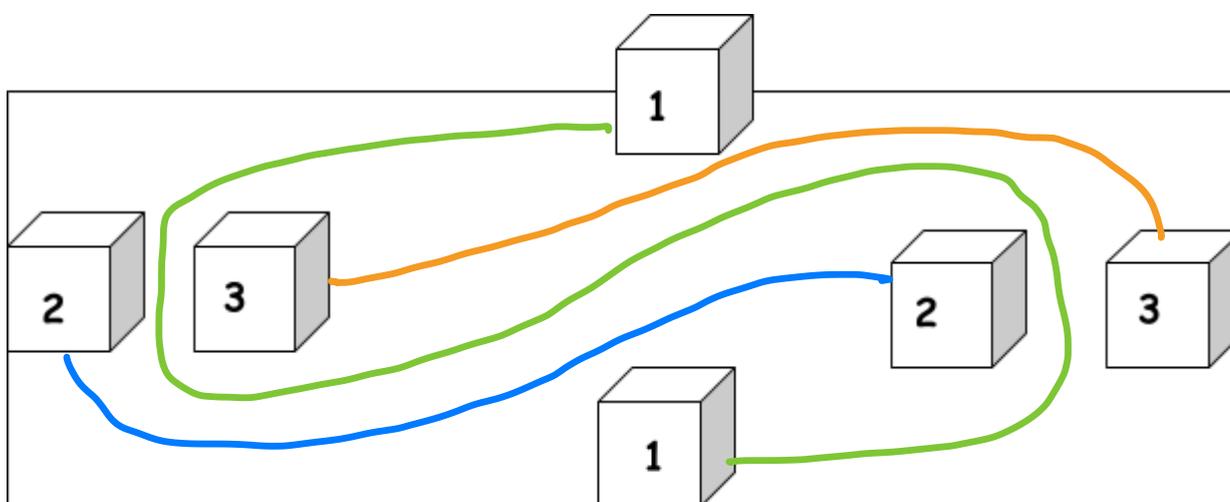
Continúa esta serie lógica:

1 (2, 3) 2 (5, 6) 4 (11, 30) 26 (? , ?) ?

(Recuerda justificar tu respuesta)

## 6ª PRUEBA

El objetivo de esta prueba es conectar los dados 1 y 1, 2 y 2, 3 y 3 sin cruzar los trazos y sin salir del marco.



## 7ª PRUEBA

Averigua el valor de  $x$  en la siguiente ecuación:

$$(10^{12} + 25)^2 - (10^{12} - 25)^2 = 10^x$$

## 8ª PRUEBA

¿Cómo se puede obtener 24 utilizando una sola vez los números 5, 5, 5 y 1?

Las únicas operaciones permitidas son la suma, la resta, la multiplicación y la división.

$$1 : 5 = 0,2$$

$$5 - 0,2 = 4,8$$

$$4,8 \cdot 5 = 24.$$

Por tanto:

$$(5 - 1 : 5) \cdot 5 = 24$$

## Prueba nº 5.

1 (2,3) 2 (5,6) 4 (11,30) 26...?

Solución: (41, 330) 304.

- $41 = 11 + 30$

(la suma de los nºs del paréntesis anterior).

- $330 = 11 \cdot 30$

(el producto de los nºs del paréntesis anterior)

- $304 = 330 - 26$

(la diferencia entre el último número del paréntesis y el que hay antes de dicho paréntesis).

\* Prueba n° 7.

$$\underline{(10^{12} + 25)^2 - (10^{12} - 25)^2 = 10^x.}$$

diferencia de cuadrados es  
suma por diferencia.

$$(10^{12} + \cancel{25} + 10^{12} - \cancel{25}) \cdot (10^{12} + 25 - (10^{12} - 25)) = 10^x$$

$$(10^{12} + 10^{12}) \cdot (\cancel{10^{12}} + 25 - \cancel{10^{12}} + 25) = 10^x$$

$$2 \cdot 10^{12} \cdot 50 = 10^x$$

$$100 \cdot 10^{12} = 10^x$$

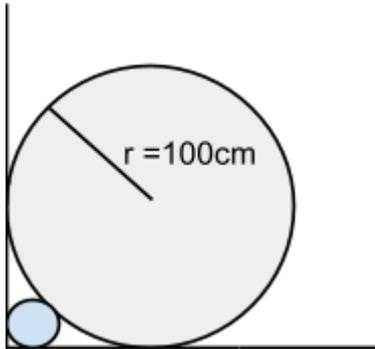
$$10^2 \cdot 10^{12} = 10^x$$

$$10^{14} = 10^x$$

luego  $x = \underline{14}$ .

## 9ª PRUEBA

Un gran balón de playa de 100 cm de radio está apoyado sobre una pared que forma ángulo recto con el suelo. Ver figura.



¿Cuál es el radio de la pelota más grande que puede situarse entre la pared, el suelo y el balón de playa?

## 10ª PRUEBA

Para terminar, necesito tu ayuda para recuperar la contraseña de una red social muy conocida. Cuando la creé, apunté en la agenda el siguiente recordatorio:

*"Para encontrar la contraseña hay que reemplazar los espacios en blanco de la frase siguiente por números, de manera que la frase sea coherente (incluso con los números escritos en los espacios en blanco). Los diez números escritos en ese orden, conforman la contraseña.*

La frase es ésta:

« En esta frase, el número de veces que aparece el 0 es 1 , el 1 es 7 , el 2 es 3 , el 3 es 2 , el 4 es 1 , el 5 es 1 , el 6 es 1 , el 7 es 2 , el 8 es 1 , y el 9 es 1 ».

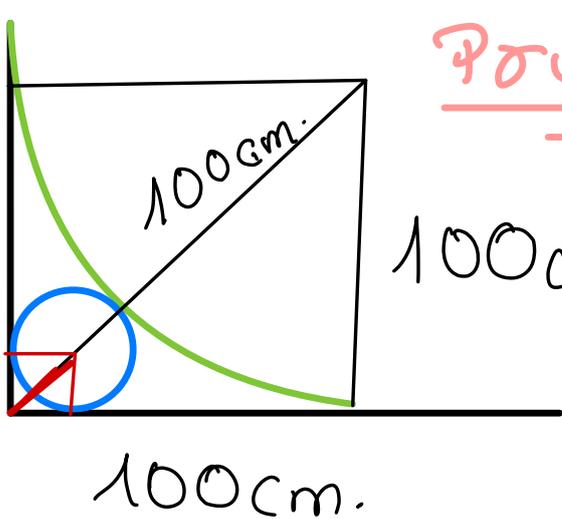
¿Serías capaz de recuperar la contraseña? Por favor, cuando la tengas, escríbela aquí:

1 7 3 2 1 1 1 2 1 1

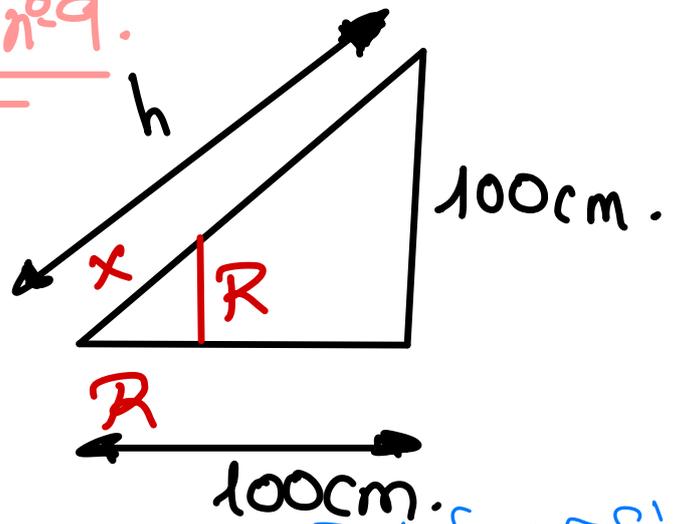
**BUENO, PUES ESTO ES TODO, HAS LLEGADO AL FINAL**



## Problema nº9.



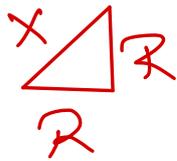
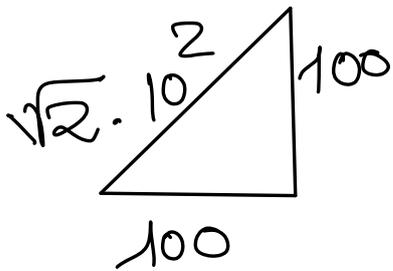
100 cm.



Usando el teorema de Pitágoras!

$$h = \sqrt{100^2 + 100^2} = \sqrt{2} \cdot 10^2 \text{ cm.}$$

Usando semejanza de triángulos



$$\frac{x}{\sqrt{2} \cdot 10^2} = \frac{R}{10^2}$$

$$R = \frac{x \cdot 10^2}{\sqrt{2} \cdot 10^2} \rightarrow x = \sqrt{2} R.$$

Si descomponemos  $h$  en tramos:

$$h = 100 + R + x$$

$$\text{ luego: } \sqrt{2} \cdot 10^2 = 100 + R + \sqrt{2} R.$$

$$100\sqrt{2} - 100 = R + \sqrt{2} R$$

$$100\sqrt{2} - 100 = (1 + \sqrt{2})R$$

$$\text{ Por tanto: } R = \frac{100\sqrt{2} - 100}{1 + \sqrt{2}} \approx \underline{\underline{17'16 \text{ cm}}}$$

**Solución: El radio mide 17'16 cm.**